

VIII РАЗРЕД

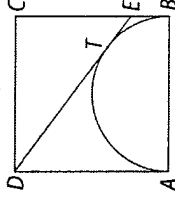
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагођени конкретном начину решавања.

1. (МЛ 50/2) Једначина је еквивалентна са $|5 - |20 - 6x|| = 7$, тј. $5 - |20 - 6x| = 7$ или $5 - |20 - 6x| = -7$ [5 поена]. Прва једначина нема решења (разлика броја 5 и негативног броја не може бити једнака 7) [5 поена]. Друга се своди на $|20 - 6x| = 12$, тј. $20 - 6x = 12$ или $20 - 6x = -12$ [5 поена]. Решења су $\frac{4}{3}$ и $\frac{16}{3}$, а њихов збир $\frac{20}{3}$ [5 поена].

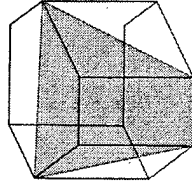
$$\begin{aligned} 2. (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 2 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}) &= (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}) - 2 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}) \\ &= 1 + 2 + 3 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6} - 2 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}) \\ &= 6 \text{ [20 поена].} \end{aligned}$$

[Напомена: Може се користити и формула за квадрат тринома.]

3. Нека је T доирна тачка тангенте DE и полукруга и a дужина стране квадрата. Како су одговарајуће тангентне дужи међусобно једнаке имамо да важи $DA = DT = a$ и $EB = ET = x$ [7 поена]. Сада у троуглу DEC важи: $a^2 + (a - x)^2 = (a + x)^2$ [7 поена]. Одавде је $a^2 + a^2 - 2ax + x^2 = a^2 + 2ax + x^2$, односно $a^2 = 4ax$, одакле је $a = 4x$. Дакле, тражена мера је $BE : EC = 1 : 3$ [6 поена].



4. (МЛ 50/2) Пресек је једнакокраки трапез [5 поена] са основима дужине 8cm (пречник описаног круга једне основе) и 4cm (страна друге основе) и краком дужине $4\sqrt{2}$ cm (дијAGONАЛА бочне стране) [5 поена]. За висину h тог трапеза се добија $h^2 = (4\sqrt{2} \text{ cm})^2 - (2 \text{ cm})^2 = 28 \text{ cm}^2$, па је $h = 2\sqrt{7}$ cm [5 поена], а површина трапеза је $12\sqrt{7} \text{ cm}^2$ [5 поена].



5. Број 5005 се раставља на просте чинице као $5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, па сваки од збирова наведене четири заграде мора бити једнак једном од бројева 5, 7, 11 или 13 [4 поена]. Постоје два начина да се то оствари: $8 + 5 = 13$, $7 + 4 = 11$, $6 + 1 = 7$, $3 + 2 = 5$ [4 поена] и $7 + 6 = 13$, $8 + 3 = 11$, $5 + 2 = 7$, $4 + 1 = 5$ [4 поена]. У сваком од та два случаја, фактори могу променити места на $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ начина [4 поена], а у сваком збиру, сабирци могу заменити места на 2 начина, па је укупан број начина да се добије тачна једнакост $2 \cdot 24 \cdot 2^4$ [4 поена] = 768.